Tomo XIII 15 de Abril Núm. 87

ANALES DEL INSTITUTO DE INJENIEROS

SUMARIO.—Determinacion de las coordenadas jeográficas de algunas ciudades de la provincia de Aconcagua (continuacion), por José del C. Fuenzalida G. i Manuel A. Rojas N.—Hidráulica aplicada a la agricultura, por Valentin Martinez.—Sobre un método sencillo de triseccion de los ángulos, por M. Dorlhiac. -Bibliografía.

DETERMINACION

de las coordenadas jeográficas de algunas ciudades de la provincia de Aconcagua

(Continuacion)

Exentricidad

No entraremos en la teoría de la exentricidad, puesto que se sabe que ésta se elimina haciendo la lectura de todos los nuñez opuestos i tomando despues el término medio de las lecturas practicadas.

Azimut i Colimacion

Supongamos que el anteojo esté colocado en el meridiano i en una posicion determinada; si no tuviera error alguno, en las demas posiciones deberia permanecer en el plano meridiano; sin embargo, no sucede así i, para otra posicion habrá que tomar en cuenta la desviacion, que es producida por tres causas:

1.ª Por la inclinacion;

2.ª Por el error de azimut;

3.ª Por la colimacion.

Si el eje jeométrico del anteojo, fuese exactamente perpendicular al eje de rotacion, cuando el primero estuviera horizontal, el segundo describiria un plano vertical; si no lo son, hai lugar a correjir las observaciones de este error, llamado *error de azimut.*

Es necesario, ademas, que el eje óptico del anteojo coincida con el eje jeométrico, si esta condicion no se cumple, el eje óptico i el jeométrico forman entre sí un ángulo, i el error que esto orijina se llama *error de colimacion.*

Hagamos entrar en el cálculo, los tres errores, la colimacion, el azimut i la inclinacion.

Consideremos el estremo del eje de rotacion, que está vuelto al lado-círculo i este último en la posicion oeste; supongamos que la prolongacion del eje corte a la esfera celeste en un punto *a* (fig. 19) cuya altura respecto al horizonte del lugar de observacion, llamaremos *b*, i su azimut por 90° — K, contando el oríjen de los azimut desde el sur i pasando por el oeste, el norte i el este.

Refiriendo el punto *a* a tres ejes rectangulares de modo que el de las *Z* esté dirijido al zenit; el de las X, en el plano del horizonte i dirijido al sur i el de las *Y*, dirijido al punto oeste i tambien en el plano del horizonte; las coordenadas del punto *a*, serán: (fig. 19)

$$X = o\,a' \text{ sen } K - r \cos b \text{ sen } K$$
$$Y = o\,a' \cos K = r \cos b \cos K.$$
$$Z = r \text{ sen } b; \text{ siendo } r = 1, \text{ se tiene:}$$

$$(1)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} X = \cos b \text{ sen } K. \\ Y = \cos b \cos K \\ Z = \text{sen } b \end{cases}$$

Refiriendo ahora el mismo punto *a*, a otros tres ejes rectangulares, de los que, el de las *Z*, esté dirijido al polo, el de las *X*, en el plano del ecuador i determinado por la interseccion de éste con el plano meridiano, finalmente, el de las *Y*, confundido con el mismo eje del sistema anterior, tendremos, designando por *n*, la declinacion del punto a i por 90° — *m* su ángulo horario: (fig. 20)

$$X = o\,a' \text{ sen } m = r.\cos.\,n \text{ sen. } m$$

$Y = o\,a' \cos m = r \cos.\ n.\ \cos m.$
$Z = r.\ \text{sen.}\ n$; haciendo $r = 1$

$$(2) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} X = \cos n.\ \text{sen.}\ m. \\ Y = \cos.\ n.\ \cos m. \\ Z = \text{sen.}\ n \end{cases}$$

El ángulo formado por el eje de las *Z*, en ámbos sistemas, será de $90° - \phi$, siendo ϕ, la latitud del lugar de observacion.

Haciendo la trasformacion de coordenadas, obtendremos:

$$(3) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \text{sen}\ n = \text{sen}\ b\ \text{sen}\ \phi - \cos b\ \text{sen}\ K \cos \phi \\ \cos.\ n.\ \text{sen}\ m = \text{sen}\ b \cos \phi + \cos b\ \text{sen}\ \phi\ \text{sen}\ K \\ \cos n \cos m = \cos b \cos K. \end{cases}$$

Como suponemos que el instrumento se ha correjido, lo mas exactamente que ha sido posible, de modo que la inclinacion *b*, el azimut *k*, i las cantidades *m* i *n* son pequeñas, se podrán reemplazar los senos por los arcos, los cosenos por uno, así obtendremos las fórmulas aproximadas:

$$(4) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} n = b\ \text{sen}\ \phi - K \cos \phi \\ m = b \cos \phi + K\ \text{sen}\ \phi; \end{cases}$$

o tambien las fórmulas recíprocas:

$$b = n.\ \text{sen}\ \phi - m.\ \cos \phi$$
$$K = -\ n.\ \cos \phi + m.\ \text{sen}\ \phi.$$

Si se supone que la línea de colimacion del anteojo, forma con el lado del eje de rotacion que está al lado-círculo un ángulo que representaremos por $90° + c$ i en que *c es la colimacion;* supongamos, ademas, que el anteojo esté dirijido a un punto celeste cuya declinacion sea *d*, i su ángulo horario oriental se T, para la culminacion superior, es decir, T, es el ángulo horario que media entre la observacion i la culminacion o paso de la estrella por el meridiano. Se tendrá, refiriendo la estrella observada a tres ejes, de los cuales, el de las Z, esté dirijido al polo, el de las X en la interseccion del meridiano i el ecuador, i el de las Y, perpendicular al plano de estos dos, se tendrá:

$Z = \text{sen } d$
$Y = - \cos d \text{ sen T}$
$X = \cos d \cos \text{T}$; si se supone el ejes de las X, en el plano del ecuador, perpendicular al eje de rotacion del anteojo, tendremos:

$Z = \text{sen } d$
$Y = - \cos d \text{ sen } (\text{T} - \text{m})$
$X = \cos d \cos (\text{T} - \text{m})$; en los que T — m, representa el tiempo que la estrella necesita para llegar desde el punto que fué observada, hasta el meridiano instrumental, es decir, al plano perpendicular al eje de rotacion del anteojo

Imajinemos otro sistema de ejes coordenados, en que el de las X, coincida con el mismo del primer sistema, miéntras que el de las Y, es paralelo al eje de rotacion del anteojo; tendremos que:

$Y = - \text{sen c}$; ahora, los ejes de las Z, de estos dos sistemas, formarán entre sí el ángulo n i por las fórmulas de la trasformacion, de coordenadas tendremos:

$$\text{sen c} = - \text{sen. n sen } d + \text{cos. n} \cos d \text{ sen } (\text{T} - \text{m})$$

En las culminaciones, deberá tomarse T — m con signo contrario i las coordenadas del punto al cual se ha dirijido el anteojo, serán entónces:

$Z = \text{sen } d$
$Y = + \cos d \text{ sen. } (\text{T} - \text{m})$, i el valor de sen c, será:

$$\text{sen c} = - \text{sen n sen } d - \cos \text{n} \cos d \text{ sen } (\text{T} \quad \text{m}).$$

Se ve que solo cambia el signo del segundo término del segundo miembro, para las culminaciones inferiores. Se adoptará entónces de una manera jeneral:

$$\text{sen c} = -\text{sen. n sen } d + \text{cos. n cos } d \text{ sen } (\text{T} - \text{m})$$

i en el pasaje inferior se tomará $180° - d$ en lugar de d.

De esta última ecuacion se deduce:

$$\text{Cos. n sen} (\text{T} - \text{m}) = \text{sen c} \frac{1}{\cos d} + \text{sen n} \frac{\text{sen } d}{\cos d}$$

Cos. n sen $(\text{T} - \text{m}) = \text{sen c sec } d + \text{sen n tanj } d$; agregando a los dos miembros las cantidades *sen. m cos. n* i hagamos las trasformaciones, que son fáciles de ver, se obtendra:

$$(\text{A}) \ldots\ldots \ 2 \text{ cos n sen } \tfrac{1}{2}\text{T} \cos (\tfrac{1}{2}\text{T} - \text{m}) = \text{cos n sen m} + \text{sen n tanj } d + \text{sen c sec } d.$$

Si, como hemos supuesto, el instrumento se ha correjido lo mejor posible, las cantidades *m, n* i *T*, serán pequeñas i podremos reemplazar los cosenos por uno i los senos por el arco lo que nos dará:

$$(\text{B}) \ldots\ldots \ \text{T} = \text{m} + \text{n tanj } d + \text{c sec. } d$$

Esta fórmula, para la reduccion al meridiano de las observaciones practicadas con un anteojo meridiano, es conocida con el nombre de *fórmula de Bessel.*

Una vez que se conozca la correccion T, si representamos por t′, la hora que marcaba el reloj en el momento del paso de la estrella por el meridiano instrumental, en el momento de la verdadera culminacion, el reloj deberia marcar el tiempo $t' + T$. Ahora si Δ t, representa el estado del reloj, con respecto al tiempo sideral, $t' + T + \Delta t$ representará el tiempo sideral del paso de la estrella por el meridiano o en su culminacion. Este tiempo es igual a la ascencion recta de la estrella; luego, si representamos por a, la ascencion recta, tendremos:

$a = t' + T + \triangle t$; reemplazando T por su valor; es: $a = t' + \triangle t + m + n \text{ taj } d + c \sec d$.

Si queremos espresar T, en funcion del azimut *K* i de la inclinacion *b*, deberemos tomar la ecuacion (A) i sustituir en ella *cos. n sen m*, i *sen. n* por sus valores obtenidos en la fórmula (3), los que dan:

$\text{sen. } n = \text{sen } b \text{ sen } \phi - \cos b \cos \phi \text{ sen } K.$

$\cos n \text{ sen } m = \text{sen } b \cos \phi + \cos b \text{ sen } \phi \text{ sen } K$, o tomando mas simplemente:

$$\text{sen } n = b \text{ sen } \phi - K \cos \phi$$
$$\cos n \text{ sen } m = b \cos \phi + K \text{ sen } \phi$$

Luego la fórmula *A*, se espresará:

$$2 \cos n \text{ sen } \tfrac{1}{2} T \cos (\tfrac{1}{2} T - m) = \cos n \cos m + \text{sen } n \text{ tanj } d + \text{sen } c \sec d$$

$$2 \cos n \text{ sen } \tfrac{1}{2} T \cos (\tfrac{1}{2} T - m) = b \cos \phi + K \text{ sen } \phi + \text{tanj } d \text{ sen } \phi.\, b - K \cos \phi \text{ tanj } d + \text{sen } c \sec.\, d$$

$$T = b \left(\cos \phi + \frac{\text{sen } \phi \text{ sen } d}{\cos d}\right) + K \left(\text{sen } \phi - \frac{\cos \phi \text{ sen } d}{\cos d}\right) + c \sec.\, d$$

$$T = b \left(\frac{\cos \phi \cos d + \text{sen } \phi \text{ sen } d}{\cos d}\right) + K \left(\frac{\text{sen } \phi \cos d - \cos \phi \text{ sen } d}{\cos d}\right) + c.\, \sec.\, d$$

$$\text{(C)......} \quad T = b \frac{\cos (\phi - d)}{\cos d} + K \frac{\text{sen } (\phi - d)}{\cos d} + c.\, \sec d$$

Si se quiere tomar en cuenta la observacion diurna, que proviene de la circunstancia de estar el observador en movimiento por la rotación de la tierra, se introducirá esta consideracion en la fórmula anterior. La correccion que se debe hacer es análoga a la de colimacion; si llamamos *X* este valor, la fórmula será:

$$(D) \ldots\ldots \quad T = b \frac{\cos(\emptyset - d)}{\cos d} + K \frac{\operatorname{sen}(\emptyset - d)}{\cos d} + (c - X) \frac{1}{\cos d}$$

La fórmula que da la ascencion recta de una estrella, tomando en cuenta todos los errores instrumentales, será:

$$(E) \ldots\ldots \quad A = t' + \triangle t + b \frac{\cos(\emptyset - d)}{\cos d} + K \frac{\operatorname{sen}(\emptyset - d)}{\cos d} + (c - \times) \frac{1}{\cos d}$$

(*Continuará*)